

Hi	Klasse 10	Potenzfunktionen – Übungen Potenzgleichungen & Anwendungsaufgaben Datum:	Mathematik
----	-----------	---	------------

Potenzgleichungen

1. **Stelle** die nachfolgenden Lösungen graphisch **dar** (Geogebra) und **berechne** anschließend die Lösungsmenge. **Überprüfe** dein Ergebnis mit der CAS-App („solve“-Befehl).

a) $x \cdot (x + 5)^2 \cdot (x + 2) = 0$

b) $x^5 = -x^2$

c) $x^5 - 4x = 3x^3$

Anwendungsaufgaben

2. Der Graph der Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2$; $x \geq 0$

x : Entfernung; $f(x)$: Flughöhe (alle Angaben in Meter) beschreibt näherungsweise die Flugkurve des Balles nach einem Freistoß in einem Fußballspiel. Vor der Ausführung des Freistoßes befindet sich der Ball im Punkt $(0|0)$. (Skizze hilfreich!)

- a) Überfliegt der Ball die Abwehrmauer in 9,15 m Entfernung, wenn die Abwehrspieler eine Körpergröße von 2 m aufweisen. **Überprüfe**.
- b) **Berechne** den Punkt, wo der Ball wieder auf den Boden aufkommt.
- c) **Bestimme**, wie weit vom Tor der Freistoß ausgeführt wurde, wenn der Ball in einer Höhe von 1,75 m die Torlinie überschreitet.

3. Der Bogen einer Hängebrücke von der Form einer Parabel verläuft gemäß dem Graphen der Funktion f (**Abb.1**) mit:

$$f(x) = -0,004x^2 + 1,2x - 32,4 ; x \geq 0 \text{ (alle Angaben in Meter).}$$

Die Verankerungspunkte der Brücke liegen unterhalb der durch die x -Achse markierten Straße.

- a) **Berechne** die maximale Höhe der Brücke über der Straße. $\rightarrow$ Scheitelpunkt bestimmen
- b) **Bestimme** die Länge der Straße auf der Brücke $\rightarrow$ Differenz zwischen Nullstellen
- c) **Ermittle**, wie tief unter der Straße sich die Verankerungspunkte der Brücke befinden. $\rightarrow$ 0 als x einsetzen

Zur weiteren Befestigung sollen zwei Stahlträger durch die Punkte C und S sowie S und D angebracht werden. Die Bauingenieure haben folgende Funktionsgleichungen berechnet.

Träger $\overline{CS}$: $g_{CS}(x) = 0,6x - 32,4$

Träger $\overline{SD}$: $g_{SD}(x) = -0,6x + 147,6$

- d) **Prüfe**, ob die Bauingenieure richtig gerechnet haben.

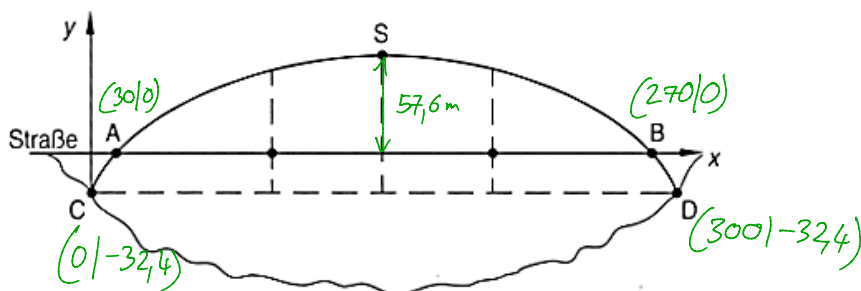


Abb. 1

Nr. 7

24.11.2025

$$a) x \cdot (x+5)^2 \cdot (x+2) = 0$$

Satz vom Nullprodukt

$$x_1 = 0 \quad \vee \quad (x+5)^2 = 0 \quad \vee \quad x+2 = 0 \quad | -2$$

$$x+5 = 0 \quad | -5 \quad x_3 = -2$$

$$x_2 = -5$$

$$\mathbb{L} = \{-5; -2; 0\}$$

$$b) x^5 = -x^2 \quad | +x^2$$

$$x^5 + x^2 = 0$$

$$x^2 \cdot (x^3 + 1) = 0$$

| $\sqrt[3]{}$

↓ Satz vom N.P.

$$x^2 = 0 \quad | \sqrt{}$$

$$x_1 = 0$$

$$x^3 + 1 = 0 \quad | -1$$

$$x^3 = -1 \quad | \sqrt[3]{}$$

$$x_2 = -1$$

$$c) x^5 - 4x = 3x^3 \quad | -3x^3$$

$$x^5 - 3x^3 - 4x = 0$$

$$x \cdot (x^4 - 3x^2 - 4) = 0$$

Satz vom Nullprodukt

$$x_1 = 0 \quad \vee$$

$$\text{Substitution: } x^2 = z$$

$$z^2 - 3z - 4$$

$$z_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4}$$

$$z_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{16}{4}}$$

$$z_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$z_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}$$

$$z_1 = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$z_2 = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

$$\text{Rücksubstitution: } x^2 = z$$

$$x^2 = 4 \quad | \sqrt{}$$

$$x = |2|$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -2$$

$$\mathbb{L} = \{-2; 0; 2\}$$

Nr. 2 Ansatz: $f(9,15) > 2$, Ball überfliegt Mauer

a) $f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2$

$f(9,15) = -\frac{1}{288} \cdot (9,15)^3 + \frac{1}{16} \cdot (9,15)^2$

$f(9,15) = 2,57$

A: Ja, der Ball würde über die Abwehrmauer fliegen.

b) $-\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 = 0$

$x^2 \cdot \left(-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16}\right)$

$x^2 = 0 \quad | \sqrt{\quad} \quad \vee$

$x_1 = 0$

$-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16} = 0 \quad | -\frac{1}{16}$

$-\frac{1}{288}x = -\frac{1}{16} \quad | \cdot (-1)$

$\frac{1}{288}x = \frac{1}{16} \quad | \cdot 288$

$x_2 = 18$

$\mathbb{L} = \{0; 18\}$

d)

im Sachzusammenhang
keine Lösung

CAS-App liefert: $x_1 \approx -4,7$; $x_2 \approx 6,7$; $x_3 = 16,2$

Der Ball liegt 16,2m vom Tor entfernt.

Nr. 3

a) $f(x) = -0,004x^2 + 1,2x - 32,4$

mit quadratischer Ergänzung in Scheitelpunktform umformen

$$f(x) = -0,004x^2 + 1,2x - 32,4$$

$$f(x) = -\frac{1}{250}x^2 + \frac{6}{5}x - \frac{162}{5}$$

$$f(x) = -\frac{1}{250} \cdot (x^2 - 300x) - \frac{162}{5}$$

$$f(x) = -\frac{1}{250} \cdot (x^2 - 300x + (\frac{300}{2})^2 - (\frac{300}{2})^2) - \frac{162}{5}$$

$$f(x) = -\frac{1}{250} \cdot ((x-150)^2 - 150^2) - \frac{162}{5}$$

$$f(x) = -\frac{1}{250} \cdot ((x-150)^2 - 22500) - \frac{162}{5}$$

$$f(x) = -\frac{1}{250} \cdot (x-150)^2 + 90 - 32,4$$

$$f(x) = -\frac{1}{250} \cdot (x-150)^2 + 57,6$$

$$\hookrightarrow S(150|57,6)$$

A: Die maximale Höhe der Brücke über der Straße beträgt 57,6 m.

b) $f(x) = -0,004x^2 + 1,2x - 32,4$

$$\begin{aligned} -0,004x^2 + 1,2x - 32,4 &= 0 & | \cdot (-250) \\ x^2 - 300x + 8100 &= 0 \end{aligned}$$

$$x_{1,2} = \frac{300}{2} \pm \sqrt{(\frac{300}{2})^2 - 8100}$$

$$x_{1,2} = 150 \pm \sqrt{150^2 - 8100}$$

$$x_{1,2} = 150 \pm \sqrt{22500 - 8100}$$

$$x_{1,2} = 150 \pm \sqrt{14400}$$

$$x_{1,2} = 150 \pm 120$$

$$x_{1,2} = 150 \pm 120$$

$$x_1 = 150 + 120 = 270$$

$$x_2 = 150 - 120 = 30$$

$$L = \{30, 270\}$$

Differenz zwischen Anfangs- und Endpunkt bestimmen

$$270 - 30 = \underline{\underline{240}}$$

A: Die Länge der Straße auf der Brücke beträgt 240 m.

c) $f(0) = -0,004 \cdot 0^2 + 1,2 \cdot 0 - 32,4$
 $f(0) = -32,4$

A: Die Verankerungspunkte der Brücke befinden sich 32,4m unter der Straße.

d) Ansatz: Punktprobe, um zu überprüfen, ob benötigte Punkte C, S & D auf Funktion liegen.

C: Stimmt, stellt Ordinatenabschnitt dar und liegt bei -32,4. ✓

S: 150 (x-Wert von S) in x einsetzen:

$$g_{cs}(x) = 0,6x - 32,4$$

$$g_{cs}(150) = 0,6 \cdot 150 - 32,4$$

$$g_{cs}(150) = 90 - 32,4$$

$$g_{cs}(150) = 57,6 \quad \checkmark$$

D: 300 (x-Wert von D) in x einsetzen:

$$g_{sd}(x) = -0,6x + 147,6$$

$$g_{sd}(300) = -0,6 \cdot 300 + 147,6$$

$$g_{sd}(300) = -180 + 147,6$$

$$g_{sd}(300) = -32,4 \quad \checkmark$$

A: Die Bauingenieure haben die Funktionsterme korrekt aufgestellt.